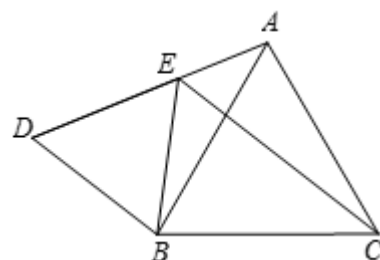


第2讲手拉手模型(加油站)

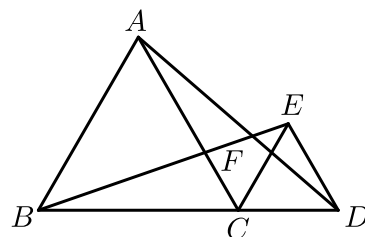
一、等边三角形手拉手

练习1

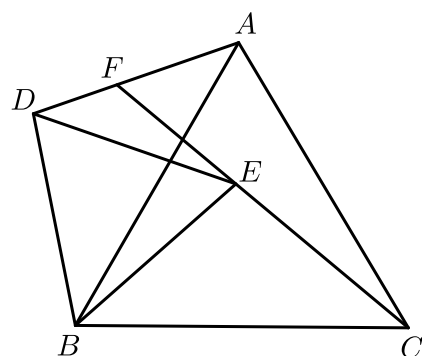
1. 已知：如图，在等边 $\triangle ABC$ 和等边 $\triangle DBE$ 中，点 A 在 DE 的延长线上，如果 $\angle ECB = 35^\circ$ ，那么 $\angle DAB =$ _____ 度。



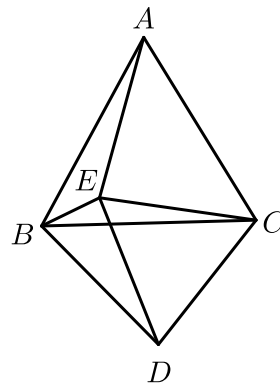
2. 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 都是等边三角形， B, C, D 三点在一条直线上， AD 和 BE 交于 F 点，则 $\angle AFB =$ _____ $^\circ$ 。



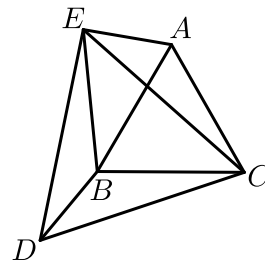
3. 已知，如图等边 $\triangle ABC$ 和等边 $\triangle DBE$ ，连接 CE 并延长交 AD 于点 F ，求 $\angle DFE$ 的度数。



4. 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 都是等边三角形， $\angle EBD = 78^\circ$ ，则 $\angle AEB =$ _____ 度。



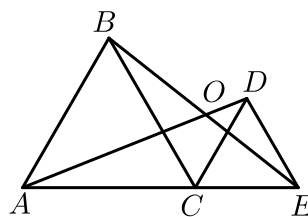
5. 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 都是等边三角形，若 $\angle AEB = 70^\circ$ ，则 $\angle EBD$ 的度数是（ ）。



- A. 115° B. 120° C. 125° D. 130°

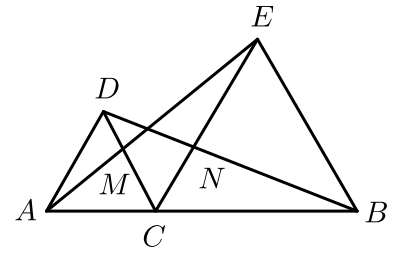
练习2

6. 如图， C 为线段 AE 上一动点（点 C 不与点 A, E 重合），在 AE 同侧分别作正三角形 ABC 和正三角形 CDE ， AD 与 BE 交于点 O 。则下列结论错误的是（ ）。

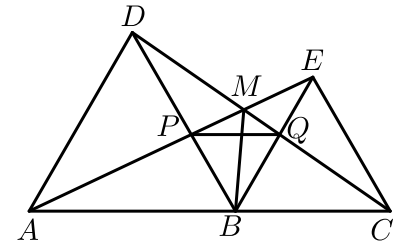


- A. $AD = BE$ B. $AD = AE$ C. $\angle DAC = \angle EBC$ D. $\angle AOB = 60^\circ$

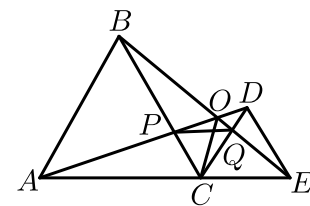
7. 如图④， $\triangle DAC$ 和 $\triangle EBC$ 均是等边三角形， AE 、 BD 分别与 CD 、 CE 交于点 M 、 N ，有如下结论：① $\triangle ACE \cong \triangle DCB$ ；② $CM = CN$ ；③ $AC = DN$ ．其中正确结论的个数为（ ）．



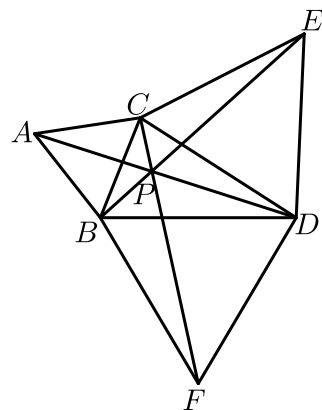
- A. 3个 B. 2个 C. 1个 D. 0个
8. 如图，点 A ， B ， C 在同一直线上，在这条直线同侧作等边 $\triangle ABD$ 和等边 $\triangle BCE$ ，连接 AE 和 CD ，交点为 M ， AE 交 BD 于点 P ， CD 交 BE 于点 Q ．连接 PQ 、 BM ，有4个结论：① $\triangle ABE \cong \triangle DBC$ ．② $\triangle DBQ \cong \triangle ABP$ ．③ $\angle EAC = 30^\circ$ ．④ $\angle AMC = 120^\circ$ ．请将所有正确结论的序号填在横线上：_____．



9. 如图， C 是线段 AE 上的一动点(不与点 A 、 E 重合)在 AE 同侧分别作等边三角形 ABC 和等边三角形 CDE ， AD 与 BE 交于点 O ， AD 与 BC 交于点 P ， BE 与 CD 交于点 Q ，连结 PQ ．以下六个结论：① $PQ \parallel AE$ ；② $AP = BQ$ ；③ $DE = DP$ ；④ $\angle AOB = 60^\circ$ ；⑤ CO 平分 $\angle AOE$ ；⑥ $\triangle CPQ$ 为等边三角形，其中正确的是_____．

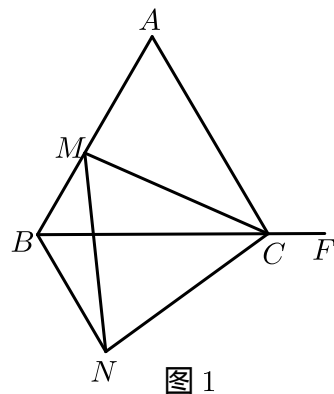


10. 如图，在 $\triangle BCD$ 中， $\angle BCD < 120^\circ$ ，分别以 BC 、 CD 和 BD 为边在 $\triangle BCD$ 外部作等边三角形 ABC 、等边三角形 CDE 和等边三角形 BDF ，连接 AD 、 BE 和 CF 交于点 P ，下列结论中正确的是_____。（只填序号即可）
- ① $AD = BE = CF$ ；② $\angle BEC = \angle ADC$ ；③ $\angle DPE = \angle EPC = \angle CPA = 60^\circ$ 。

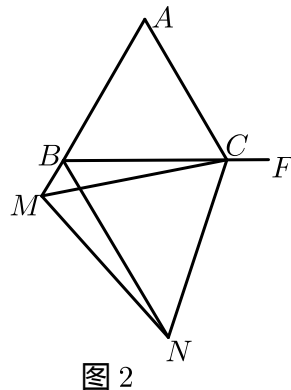


练习3

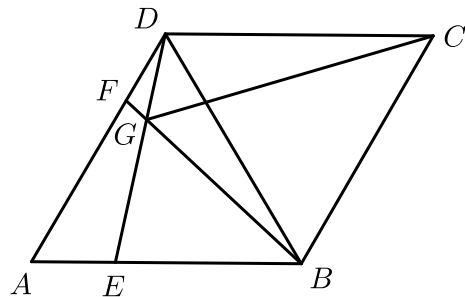
11. 已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形，点 M 为直线 AB 上一动点（点 M 不与点 A ，点 B 重合）。以 CM 为边作等边 $\triangle CMN$ ，连接 BN 。
- （1）如图1，当点 M 在边 AB 上时，求证： $AB = BN + BM$ 。



- （2）如图2，当点 M 在边 AB 的延长线上时，其他条件不变，请写出 AB ， BM ， BN 之间存在的数量关系，并写出证明过程。



12. 如图：△ABD是等边三角形，以BD为边向外作等边△DBC，点E、F分别在AB、AD上且AE = DF，连接BF与DE相交于点G，连接CG，证明下列结论：

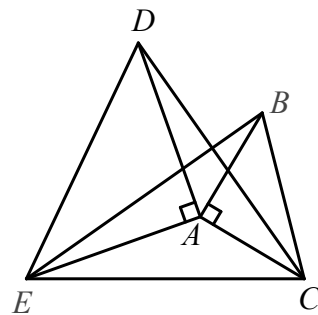


- (1) 求证：△AED ≅ △DFB .
 (2) 求证：CG = DG + BG .

二、 等腰直角三角形手拉手

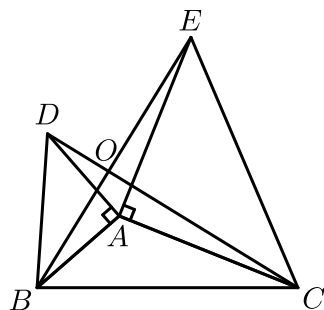
练习4

13. 如图，△ABC和△ADE都是等腰直角三角形，∠EAD = ∠BAC = 90°，∠DAB = 45°，连接BE，DC，EC，则下列说法错误的是（ ）。



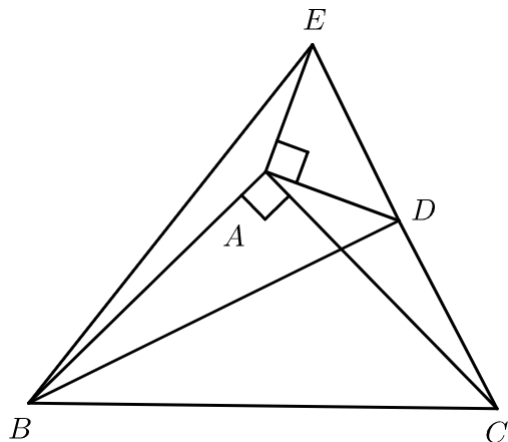
- A. $BE = DC$ B. $AD \parallel BC$ C. $BE = DE$ D. $BE = EC$

14. 如图，等腰直角 $\triangle ADB$ 与等腰直角 $\triangle AEC$ 共点于 A ，连接 BE 、 CD ，则线段 BE 、 CD 具有什么样的数量关系和位置关系（ ）。

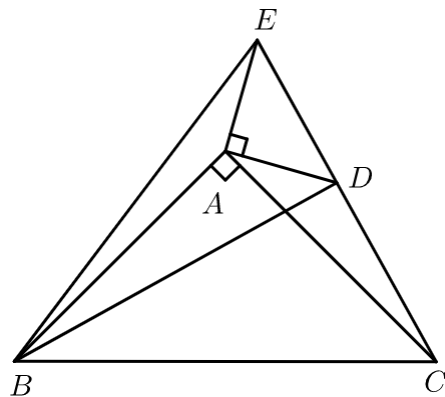


- A. 相等且垂直 B. 相等但不垂直 C. 不等但垂直 D. 不等且不垂直

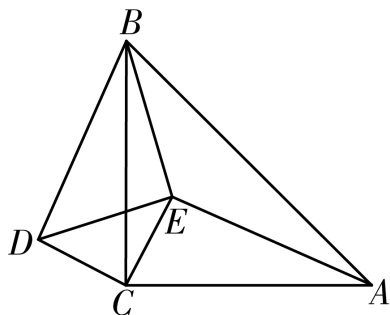
15. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ ， $\triangle ADE$ 中， $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ，点 C ， D ， E 三点在同一条直线上，连接 BD ， BE 。则 $\angle BDC = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ 。



16. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ ， $\triangle ADE$ 中， $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ，点 C ， D ， E 三点在同一条直线上，连接 BD ， BE 。则 $\angle ACE + \angle DBC = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ 。

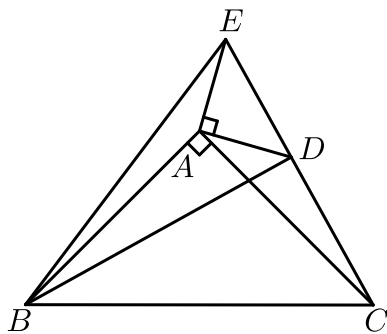


17. 如图, $AC = BC$, $DC = EC$, $\angle ACB = \angle ECD = 90^\circ$, 且 $\angle EBD = 42^\circ$, 求 $\angle AEB$ 的度数.

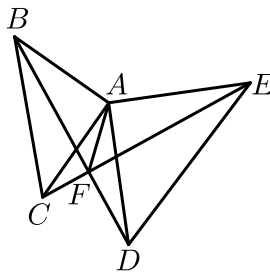


练习5

18. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$, $\triangle ADE$ 中, $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$, $AB = AC$, $AD = AE$, 点 C , D , E 三点在同一条直线上, 连接 BD , BE . 以下结论:
- ① $BD = CE$; ② $\angle ABD = \angle ACE$; ③ $\angle ACE + \angle DBC = 45^\circ$;
- 其中结论正确的个数是 ().



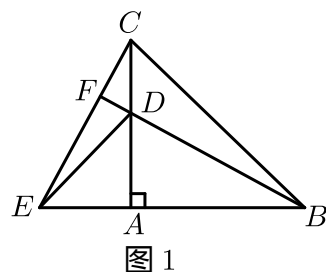
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0
19. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等腰三角形, $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$, BD , CE 交于点 F , 连接 AF . 下列结论: ① $BD = CE$; ② $BF \perp CF$; ③ AF 平分 $\angle CAD$; ④ $\angle AFE = 45^\circ$. 其中正确结论的个数有 ().



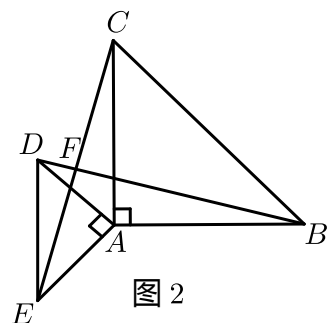
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

练习6

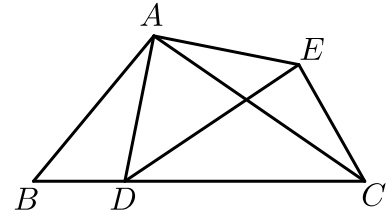
20. 以点 A 为顶点作两个等腰直角三角形 ($\triangle ABC$, $\triangle ADE$), 如图1所示放置, 使得一直角边重合, 连接 BD , CE .



- (1) 证明 $BD = CE$.
- (2) 延长 BD , 交 CE 于 F 点, 求 $\angle BFC$ 的度数.
- (3) 若如图2放置, 上面的结论还成立吗? 请简单说明理由.



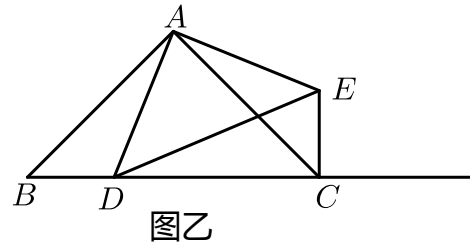
21. 如图甲，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB$ 为锐角，点 D 为射线 BC 上一动点，连接 AD ，以 AD 为一边且在 AD 的右侧作等腰直角三角形 ADE ， $AD = AE$ ， $\angle DAE = 90^\circ$ ．解答下列问题：



图甲

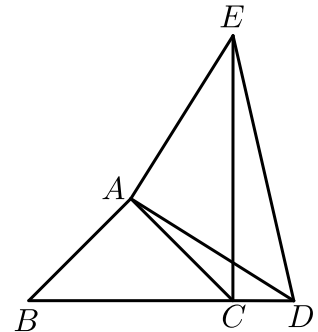
- (1) 如果 $AB = AC$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ．

- ① 当点 D 在线段 BC 上时（与点 B 不重合），如图乙，线段 CE 、 BD 之间的位置关系为 _____，数量关系为 _____．（不用证明）



图乙

- ② 当点 D 在线段 BC 的延长线上时，如图丙，①中的结论是否仍然成立，为什么．



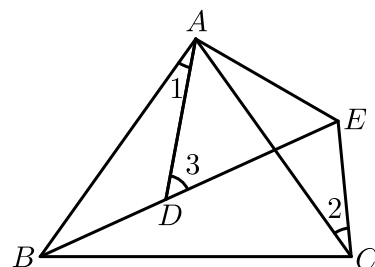
图丙

- (2) 如果 $AB \neq AC$ ， $\angle BAC \neq 90^\circ$ ，点 D 在线段 BC 上运动，试探究：当 $\triangle ABC$ 满足一个什么条件时， $CE \perp BD$ （点 C 、 E 重合除外）．画出相应的图形，并说明理由．

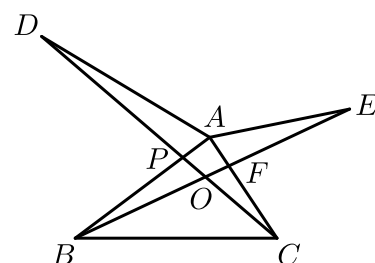
三、任意等腰三角形手拉手

练习7

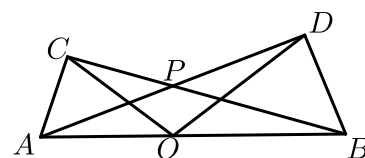
22. 如图所示, $AB = AC$, $AD = AE$, $\angle BAC = \angle DAE$, B 、 D 、 E 三点共线, $\angle 1 = 25^\circ$, $\angle 2 = 30^\circ$, 则 $\angle 3 = (\quad)$.



- A. 60° B. 55° C. 50° D. 无法计算
23. 如图, $\angle DAB = \angle EAC = 70^\circ$, $AB = AD$, $AC = AE$, BE 和 CD 相交于点 O , AB 和 CD 相交于 P , AC 和 BE 相交于 F , 则 $\angle DOE$ 的度数是 _____.



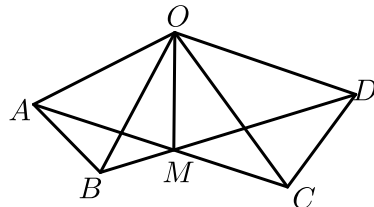
24. 如图, 点 O 为线段 AB 上的任意一点(不与 A , B 重合), 分别以 AO , BO 为一腰在 AB 的同侧作等腰 $\triangle AOC$ 和 $\triangle BOD$, $OA = OC$, $OB = OD$, $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$ 都是锐角, 且 $\angle AOC = \angle BOD$, AD 与 BC 相交于点 P , $\angle COD = 110^\circ$, 则 $\angle APB = (\quad)$.



- A. 110° B. 125° C. 135° D. 145°

练习8

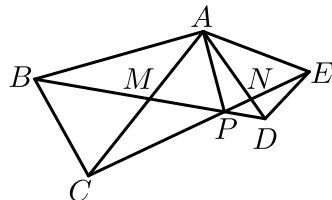
25. 如图，在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle COD$ 中， $OA = OB$ ， $OC = OD$ ， $OA < OC$ ， $\angle AOB = \angle COD = 36^\circ$ ，连接 AC 、 BD 交于点 M ，连接 OM 。有下列结论：① $AC = BD$ ，② $\angle AMB = 36^\circ$ ，③ OM 平分 $\angle AOD$ 。其中正确的结论有 _____（只填序号）。



26. 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 与等腰 $\triangle ADE$ ， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ， $\angle BAC = \angle DAE = \alpha$ ，连接 BD 和 CE 相交于点 P ，交 AC 于点 M ，交 AD 与点 N ，下列结论：

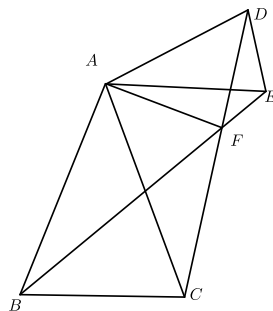
- ① $BD = CE$ ；
- ② $\angle BPE = 180^\circ - 2\alpha$ ；
- ③ AP 平分 $\angle BPE$ ；
- ④若 $\alpha = 60^\circ$ ，则 $PE = AP + PD$ ；

其中正确的是 _____。



练习9

27. 已知等腰 $\triangle ABC$ 和等腰 $\triangle ADE$ 共顶点 A ， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ，顶角 $\angle DAE = \angle BAC$ ， F 是线段 BE 和 CD 的交点，连 AF ，请写出 $\angle AFC$ 与 $\angle ADE$ 之间的等量关系，并证明你的结论。



28. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 是 BC 上一点 (不与 B, C 重合), 以 AD 为一边在 AD 的右侧作 $\triangle ADE$, 使 $AD = AE$, $\angle DAB = \angle EAC$, 连接 CE .

(1) 如图1, 若 $\angle BAC = 90^\circ$.

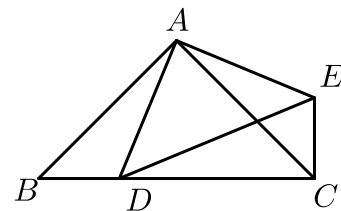


图1

① 求证: $\triangle ABD \cong \triangle ACE$.

② 求 $\angle BCE$ 的度数.

(2) 设 $\angle BAC = \alpha$, $\angle BCE = \beta$, 如图2, 则 α, β 之间有怎样的数量关系? 并说明理由.

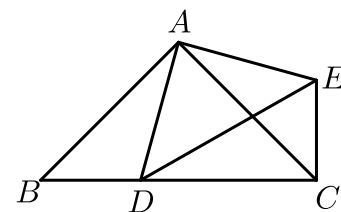
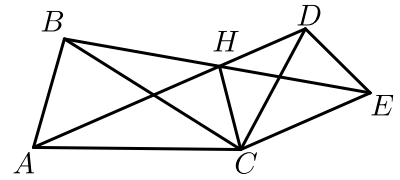


图2

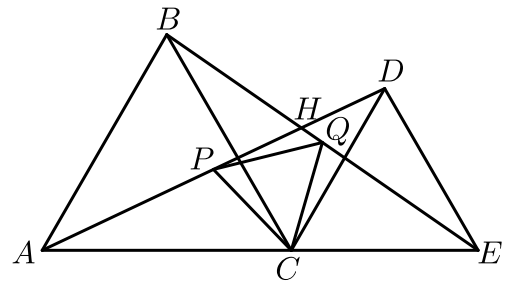
29. 如图, $CA = CB$, $CD = CE$, $\angle ACB = \angle DCE = \alpha$, AD 、 BE 交于点 H , 连接 CH .



(1) 求 $\angle AHE$ 的度数. (用 α 表示)

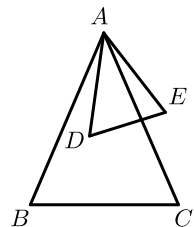
(2) 求证: HC 平分 $\angle AHE$.

(3) 如图, 若 $\alpha = 60^\circ$, P 、 Q 分别是 AD 、 BE 的中点, 连接 CP 、 PQ 、 CQ . 请判断三角形 PQC 的形状, 并证明你的结论.



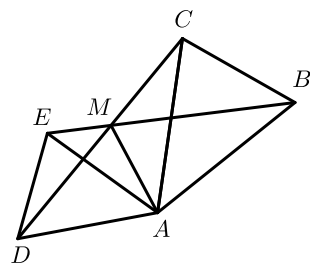
30. 规定：顶角相等且顶角顶点重合的两个等腰三角形互为“兄弟三角形”。

- (1) 如图①，在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 中， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ，当 $\angle BAC$ 、 $\angle BAD$ 、 $\angle BAE$ 满足条件_____时， $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 互为“兄弟三角形”。



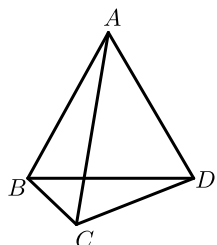
图①

- (2) 如图②， $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 互为“兄弟三角形”， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ， BE 、 CD 相交于点 M ，连 AM ，求证： MA 平分 $\angle BMD$ 。



图②

- (3) 如图③，在四边形 $ABCD$ 中， $AD = AB$ ， $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$ ， $AC = BC + DC$ ，求 $\angle BAD$ 的度数。



图③